CONTRÔLE CONTINU 2: BASES MATHÉMATIQUES POUR L'ÉNERGÉTICIEN

(BUT1, S1, DURÉE = 1H 07 MIN ET 5S (=1H30 POUR LES TIERS TEMPS)

Aucun document, calculatrice, ordinateur ni téléphone portable ne sont autorisés.

Questions de cours:

1. Donner la définition d'une fonction paire.
2. Donner la définition d'une fonction périodique de période T.
3. Donner les domaines de définition des fonctions suivantes:

$$f_1(x) = \sqrt{1-x^2},\ f_2(x) = \sqrt{x^2-1}.$$

4. Donner la définition de la dérivée en x_0 d'une fonction f.

EXERCICE 1. *L'objectif de l'exercice est d'étudier la fonction ci-dessous:*

$$f(x) = \ln(1-2x-x^2).$$

Les deux parties sont indépendantes.

I: *Etude de la fonction* $P(x) = 1-2x-x^2$.

(a) *Calculer la dérivée de la fonction* $x \mapsto P(x)$.

(b) *Faire le tableau de variation de* P.

(c) *Déterminer les solutions de l'équation* $P(x) = 0$.

(d) *Déterminer pour quels* $x \in \mathbb{R}$, *on a* $P(x) > 0$.

II: *Etude de la fonction* f.

(a) *Donner le domaine de définition de la fonction* $x \mapsto f(x)$.

(b) *Calculer la dérivée de la fonction* $f(x)$.

(c) *Faire un tableau de signe pour* f'.

(d) *Faire le tableau de variation de la fonction* f.

(e) *La fonction* f *admet-elle un minimum et/ou un maximum? Justifier votre réponse.*

EXERCICE 2. *Considérons un cylindre de hauteur* h *et dont la base circulaire est de rayon* R. *Supposons son volume fixé* V *(en* m^3*). L'objectif de cet exercice est de trouver les dimensions du cylindre de volume* V *dont l'aire totale est minimale.*

1. *Faire un dessin.*
2. *Montrer que* $h = \frac{V}{\pi R^2}$.
3. *On note* S *la surface totale du cylindre. Montrer que*

$$S(R) = 2\pi\left(R^2 + \frac{V}{\pi R}\right).$$

4. *Calculer la dérivée de* S.
5. *Faire le tableau de variation de la fonction* $R \mapsto S(R)$ *pour* $R > 0$.
6. *Donner les dimensions (*h *et* R*) du cylindre ayant un volume* V *donné et une aire minimale.*